

# 鞦韆的聯想

## (Thoughts provoked by a swing)

賴漢明

(LAI Hon Ming)



鳴謝：香港中文大學科學教育促進中心製作簡報及影片

Acknowledgement: Thanks to the  
Centre for Promoting Science Education, CUHK  
for preparing the PowerPoint slides and videos



# 物體的振動

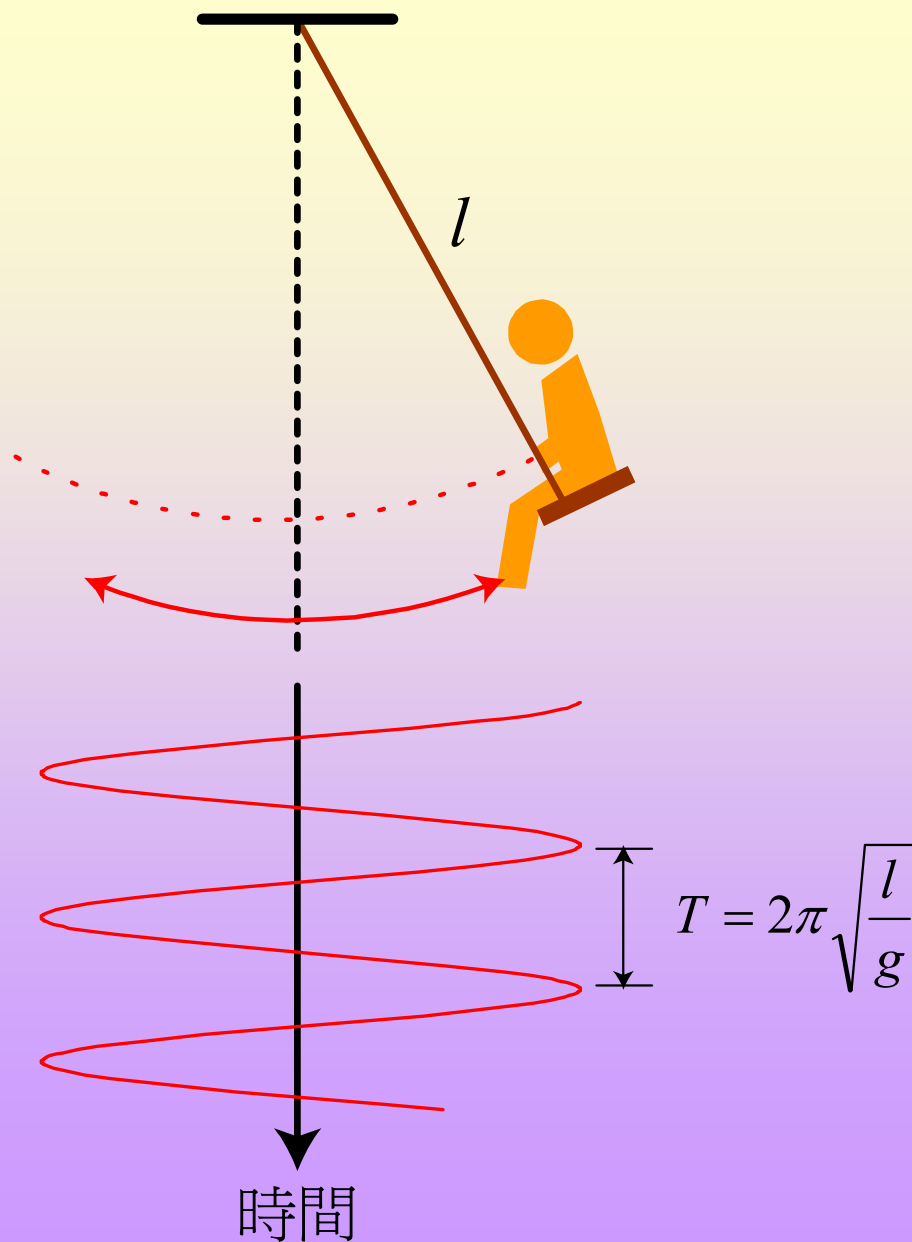
## 1. 自由振動 (Free oscillations)

1. 週而復始運動 (Periodic motion)

2. 週期或頻率 (Period or frequency)

## 2. 阻尼振動 (Damped oscillation)

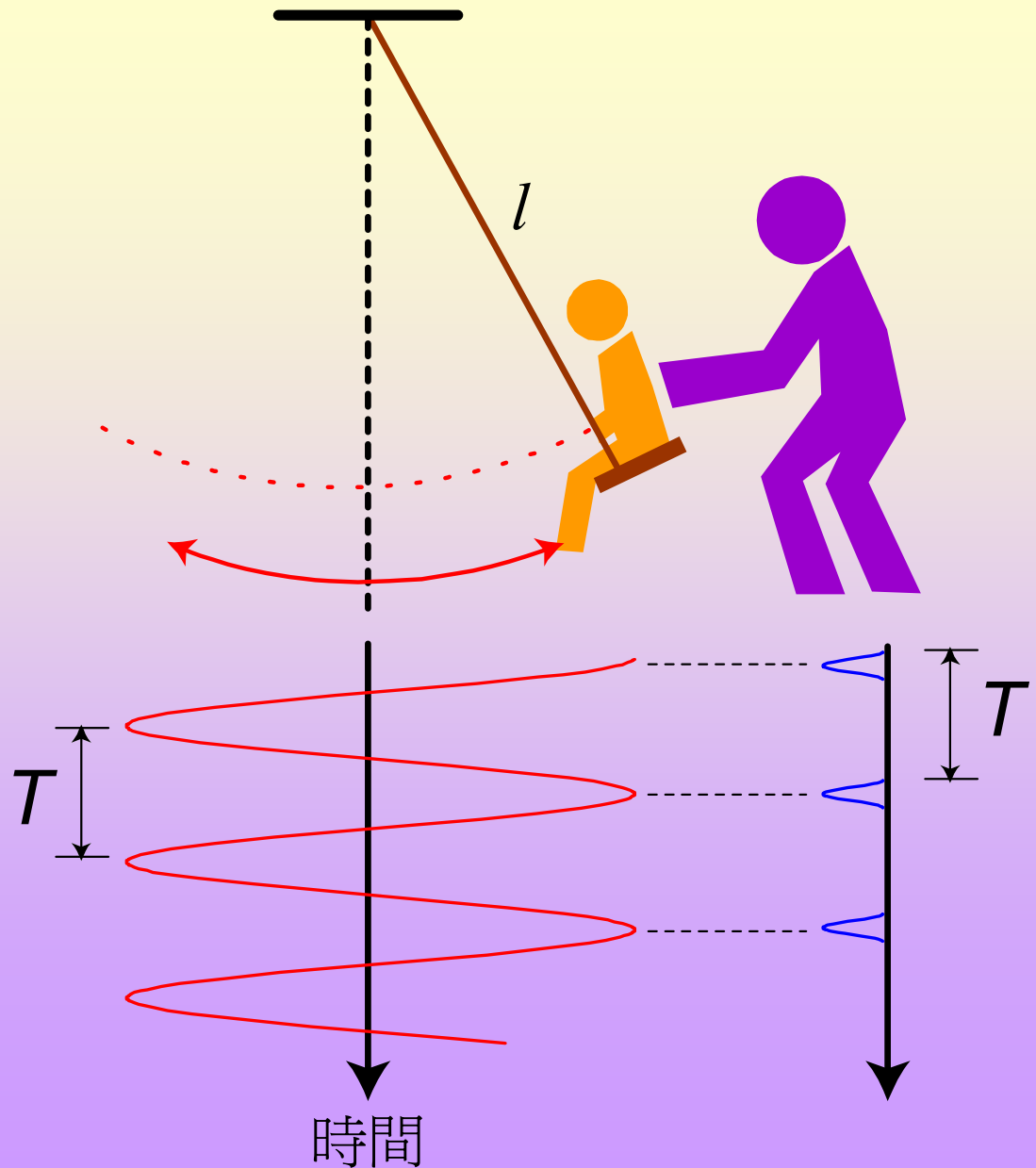
1. 振幅變小



# 受迫振動

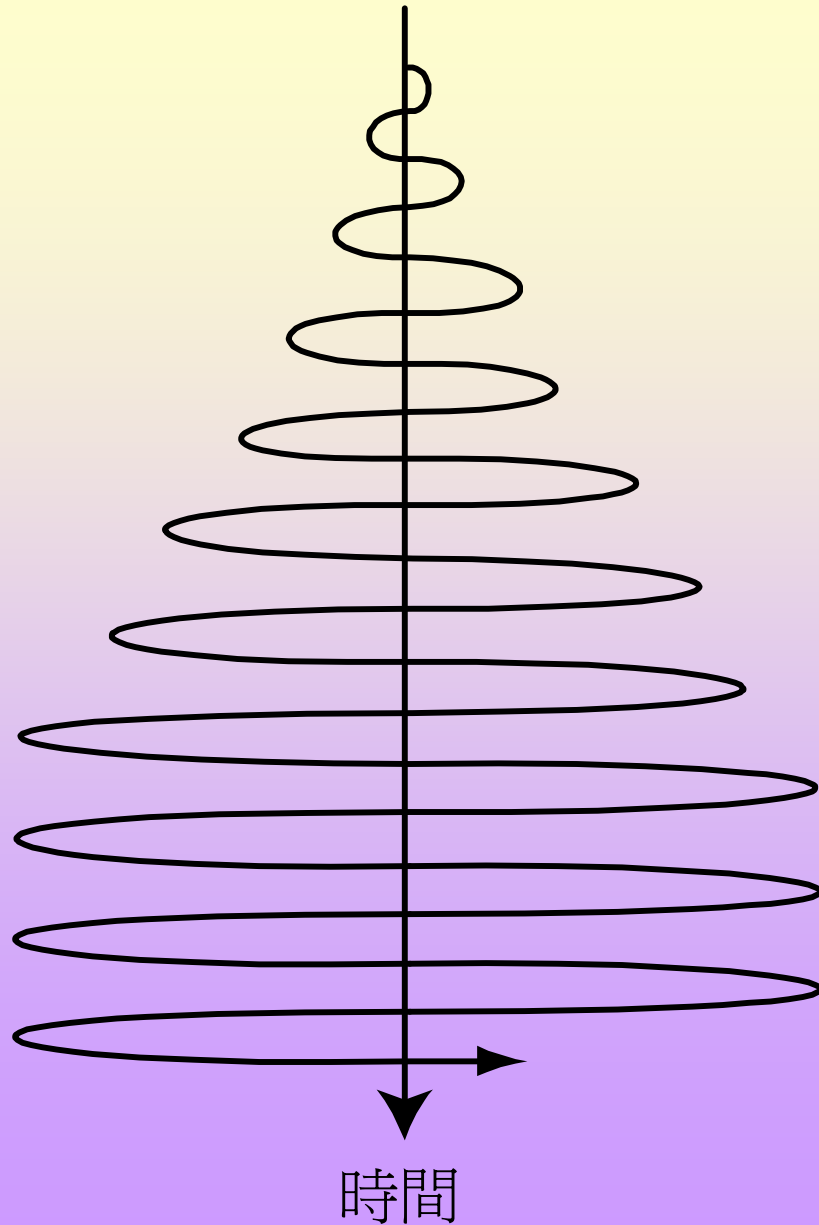
## 1. 受迫振動 (forced oscillations)

1. 推力有週期性
2. 若推力沿運動方向，振幅增大
3. 再若推力週期相同，最後振幅可以很大



# 共振現象

- 共振 (Resonance) :
  - 週期要對
  - 相位匹配  
(phase matching)
  - 小小推力，  
大大振動
- 能量解釋



# 共振例子 (一)

## 1. 吊橋及 Tacoma Narrows Bridge 事件

## 共振例子 (二)

- 聲波共振，如管絃樂器及高頻聲音振碎玻璃杯

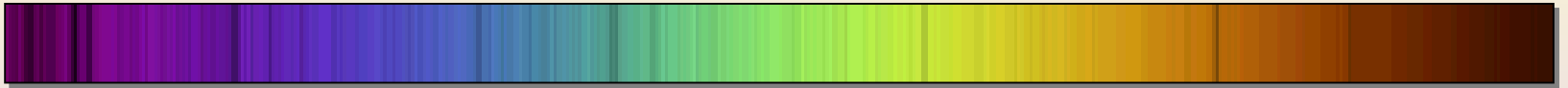
## 共振例子 (三)

- 無線電波共振，如收音機、電視機、流動電話



## 共振例子 (四)

- 原子（分子）與光波作用的共振，如原子吸收、發射光子，又如天空是藍色的原因



太陽的吸收光譜

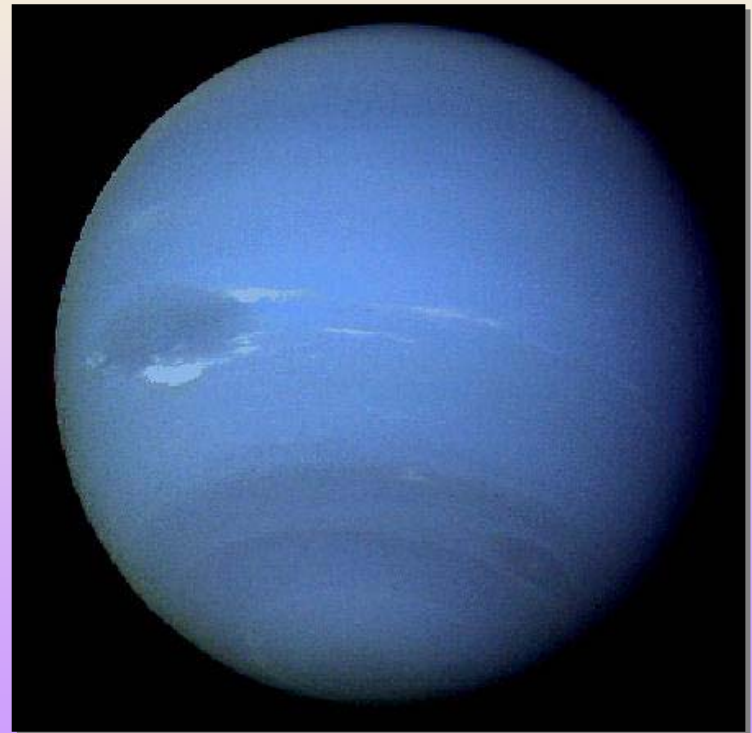


## 共振例子 (五)

- 重力引起的共振，如海王星 (Neptune) 對天王星 (Uranus) 之影響也是一個共振現象



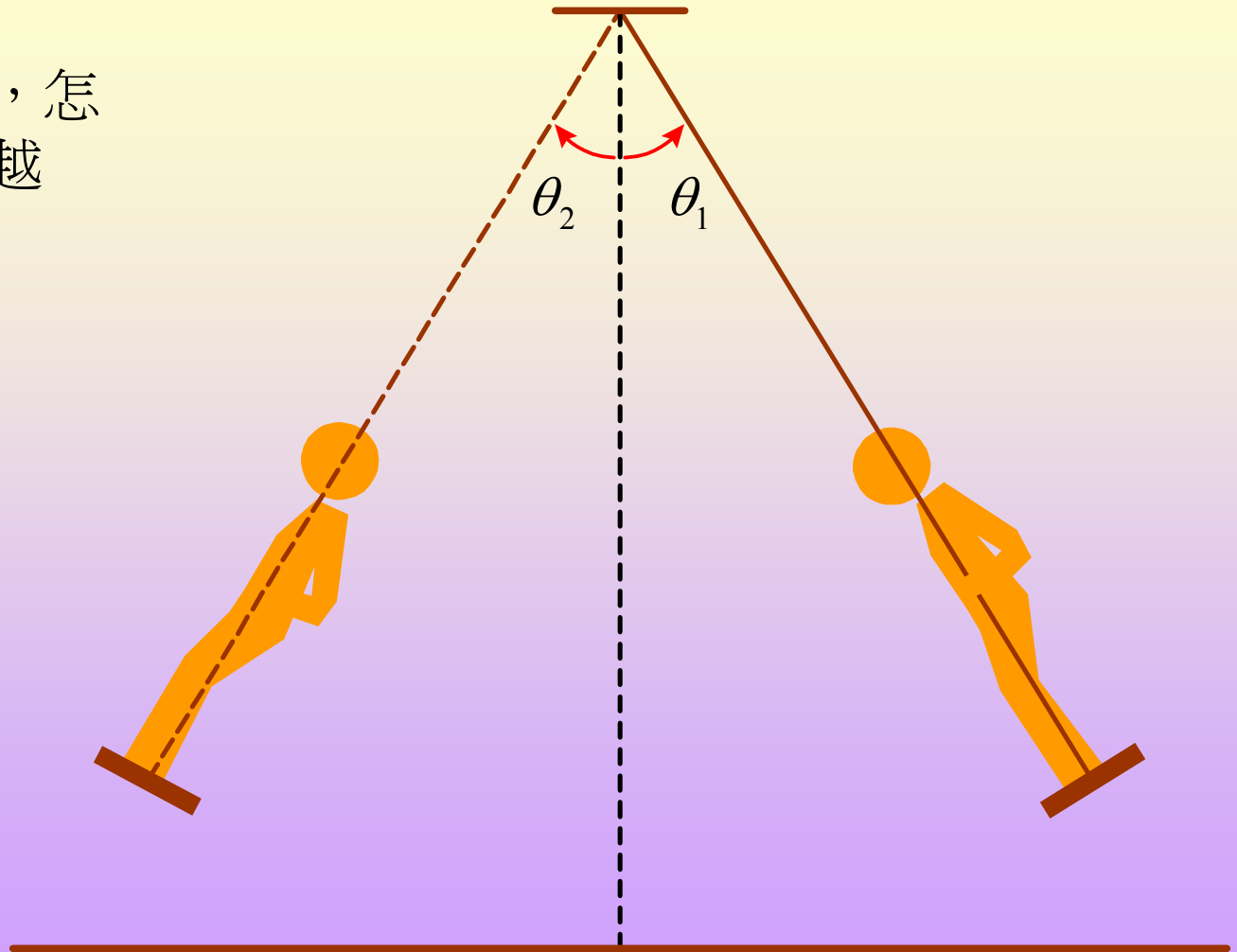
天王星



海王星

# 鞦韆的泵起

1. 自己盪鞦韆，怎樣可以越盪越高？



# 鞦韆的泵起

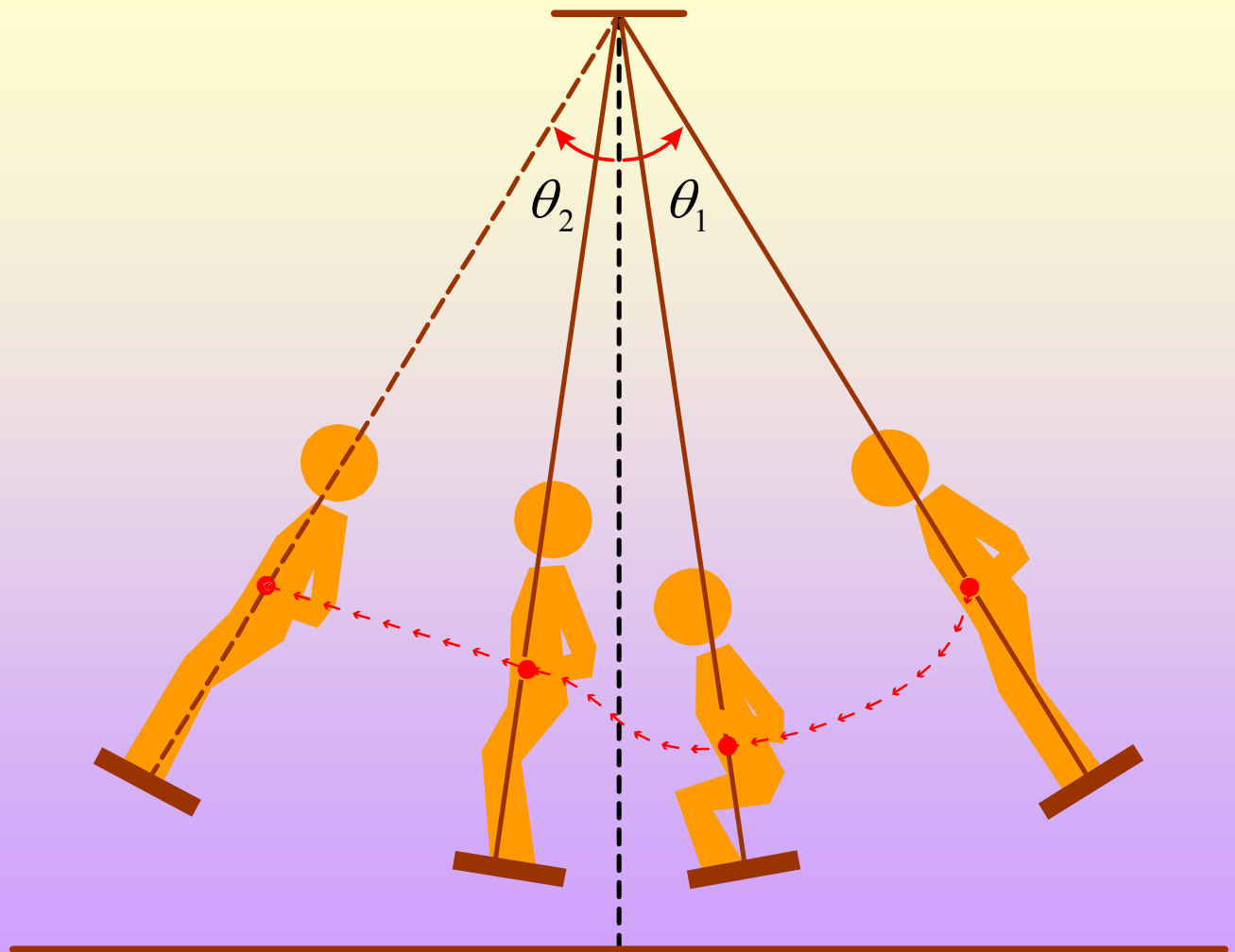


# 鞦韆的泵起 (重心變化)



# 鞦韆的泵起

- 重心的軌跡  
— 高點蹲  
下，低點站  
起
- 重心移動，  
相當於單擺  
長度變化

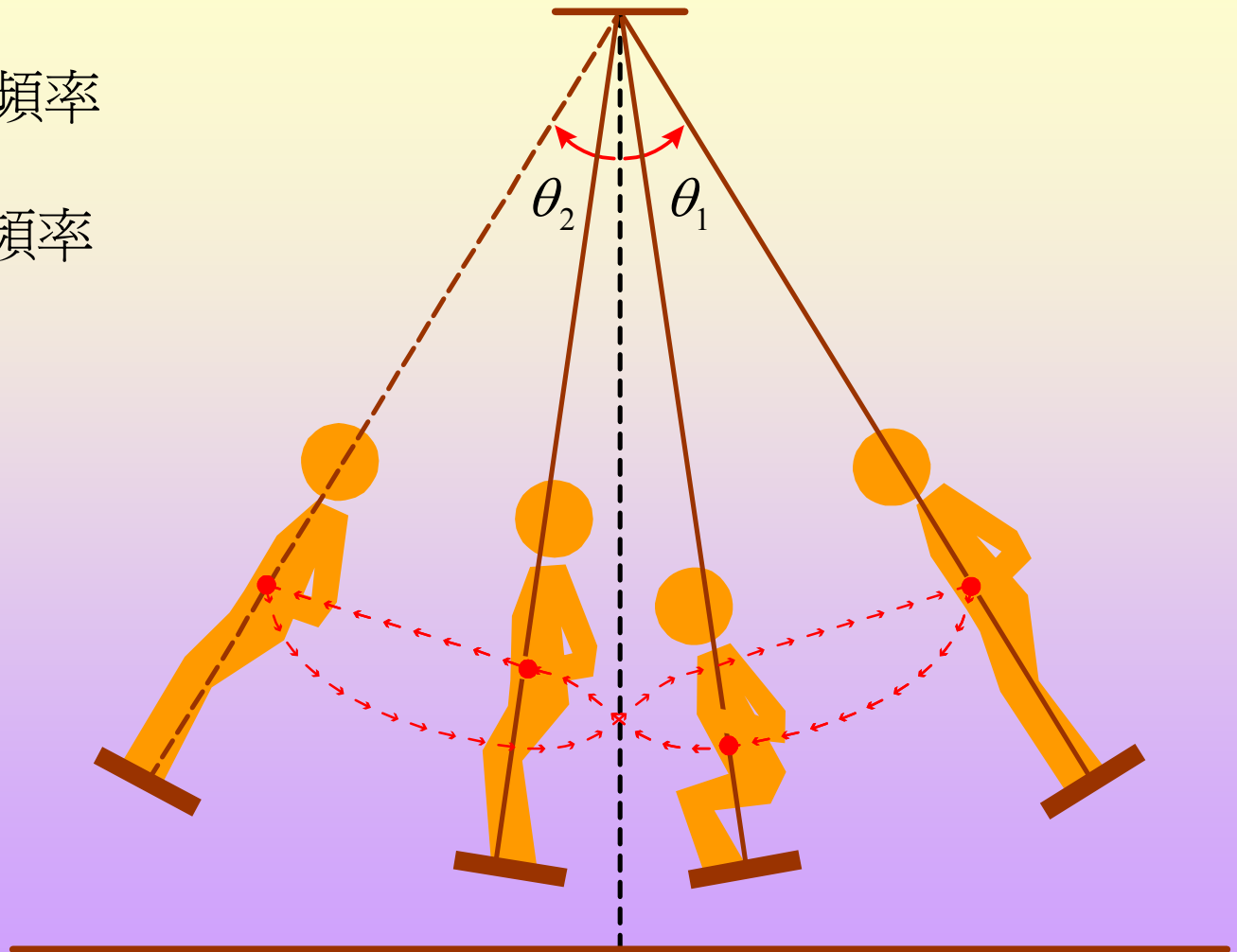


# 鞦韆的泵起

- 長度改變的頻率  
= 2 倍原擺動頻率

$$\omega_l = 2\omega_p$$

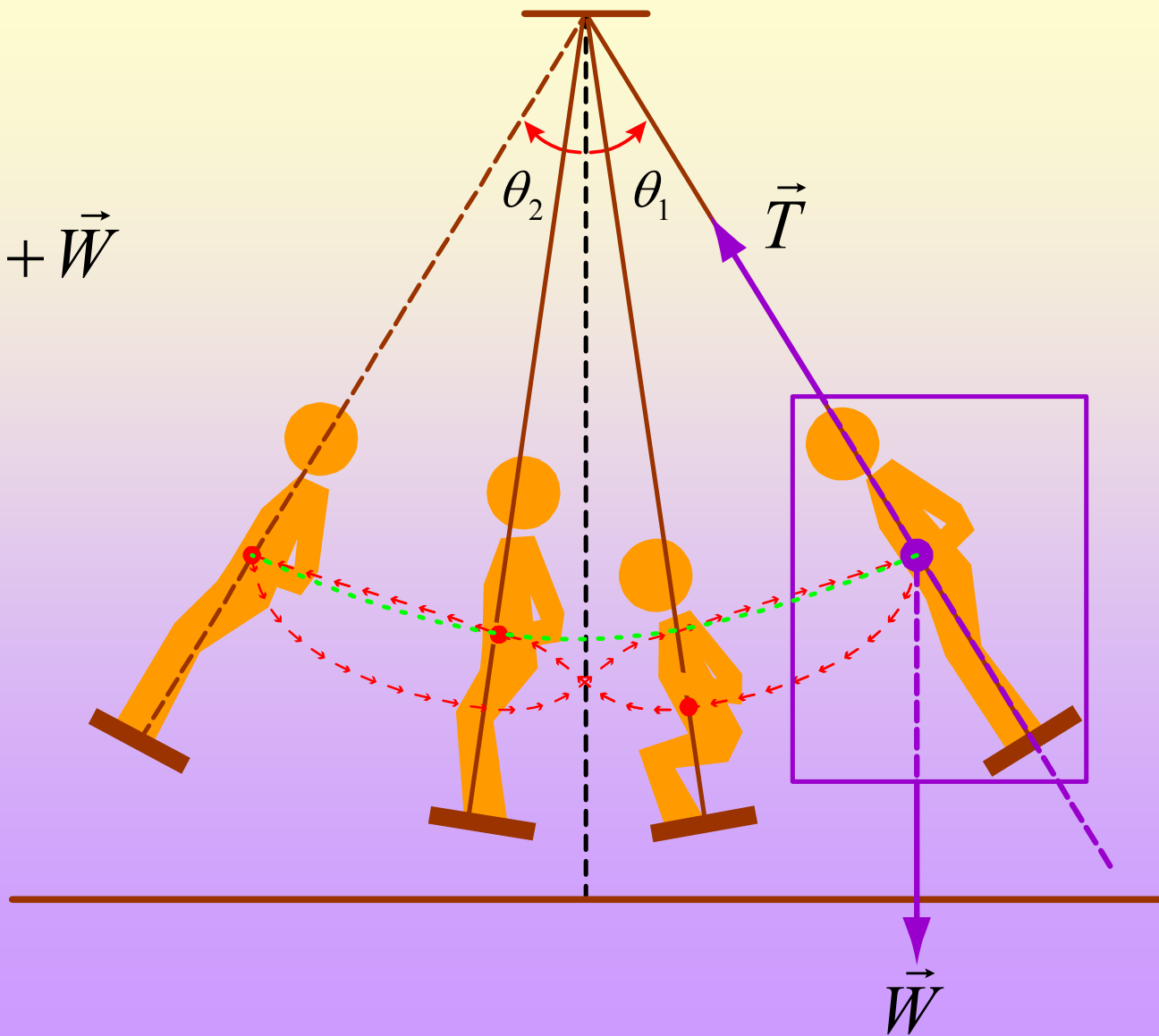
$$T_l = \frac{1}{2}T_p$$



# 鞦韆的泵起

- 力的分析

- 總外力 =  $\vec{T} + \vec{W}$



# 解釋

總外力做的功 = 動能的增加

總外力 = 重力 + 張力

重力做的功 = 位能的減少

⇒ 張力做的功 = (動能 + 位能) 的增加

# 解釋

$$T = W \cos\theta + \frac{Mv^2}{l}$$

$T$  : 張力

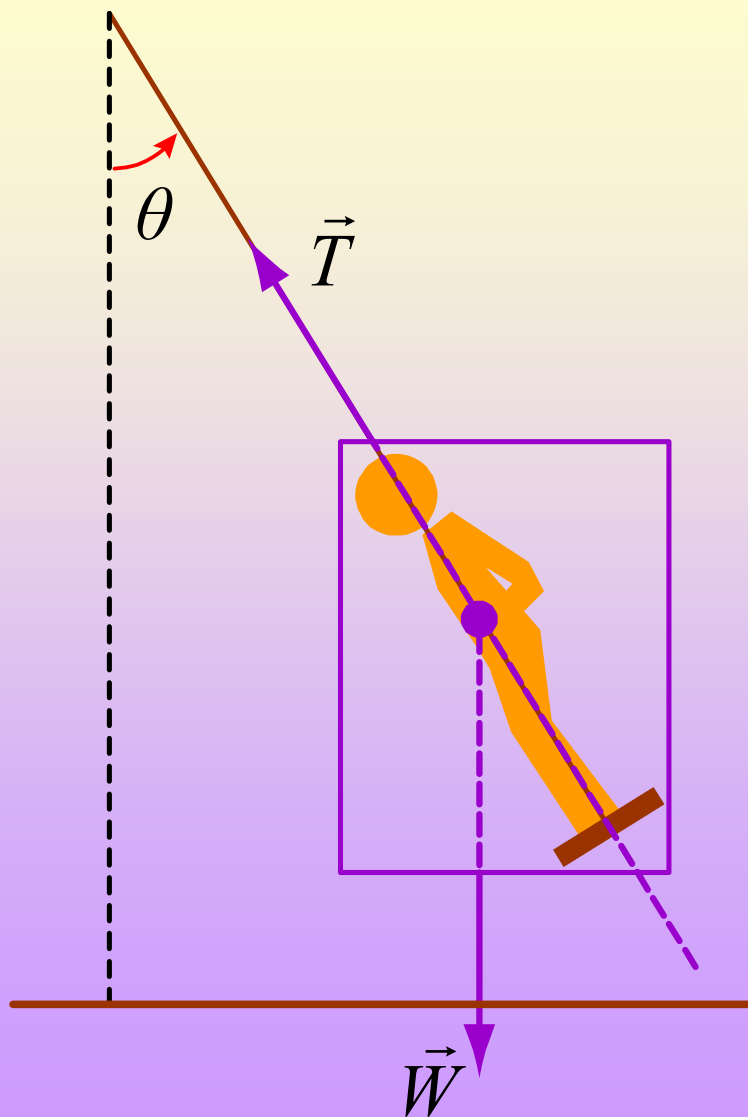
$W$  : 重量

$M$  : 質量

$v$  : 速度

$l$  : 長度

$\theta$  : 角度

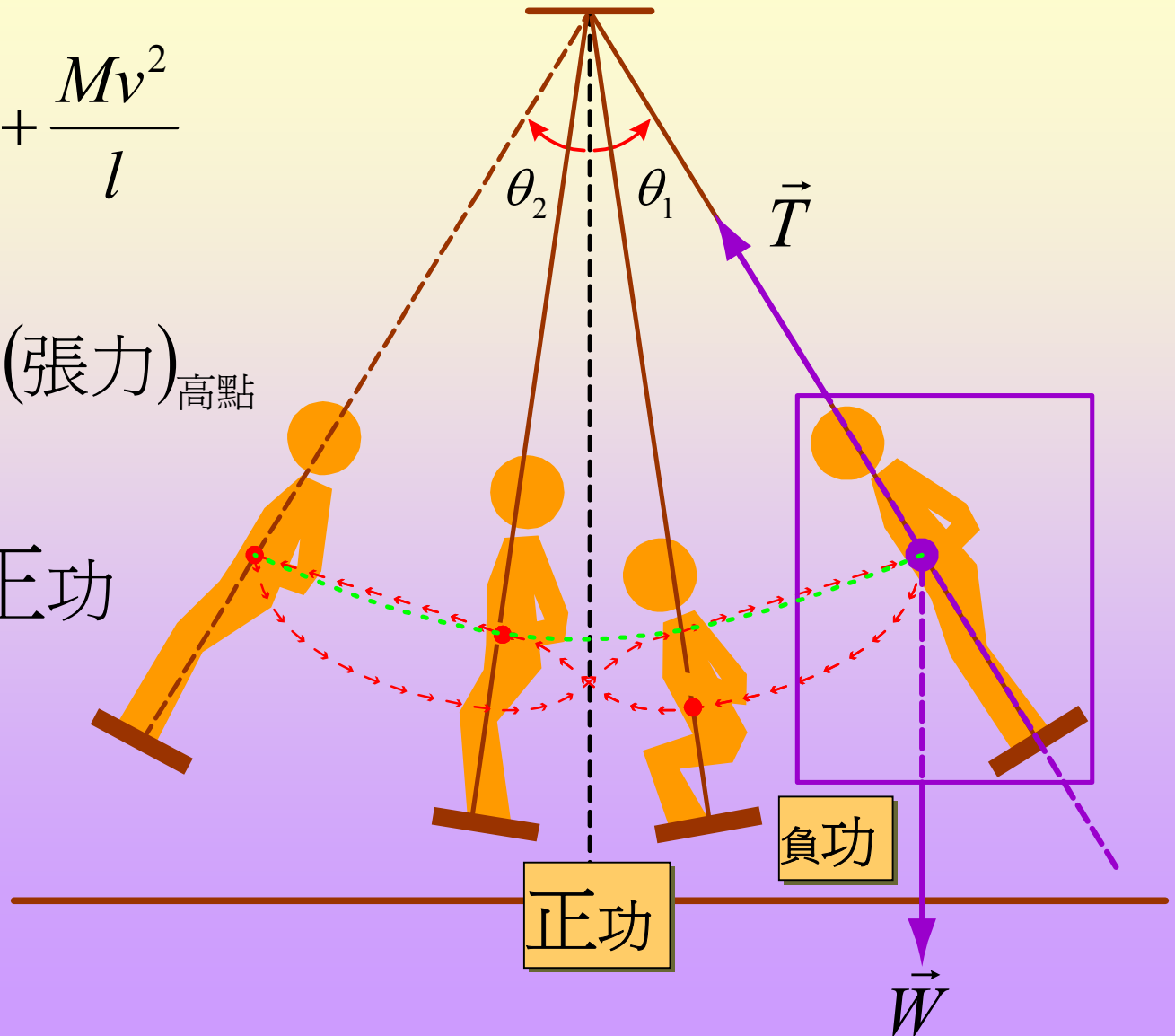


## 解釋

$$T = W \cos\theta + \frac{Mv^2}{l}$$

(張力)<sub>低點</sub> > (張力)<sub>高點</sub>

⇒ 張力做正功

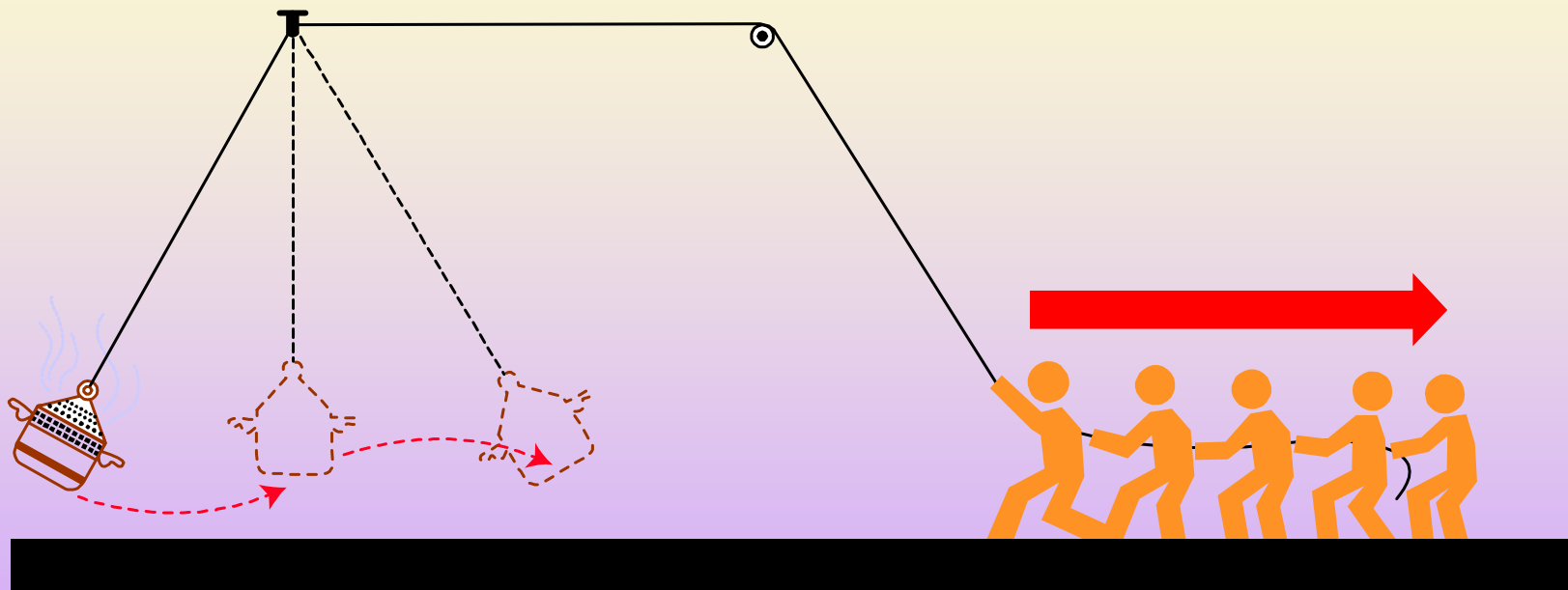


## 參量共振 / 放大

- 鞦韆的泵起是 參量共振 / 放大 (Parametric resonance/amplification) 的一種
- 特點：
  - 頻率要對
  - 相位匹配
  - 能量由一種振動模式泵去或流去另一種振動模式

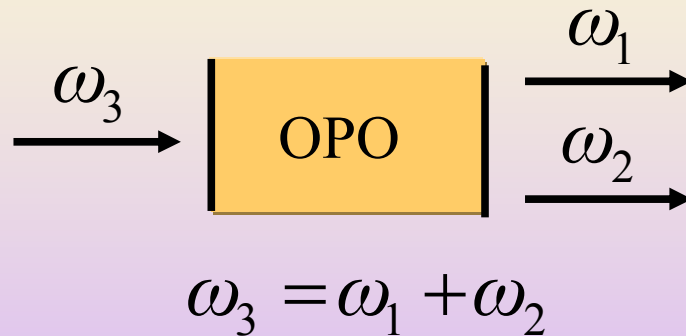
# 例子 (一)

## 1. 香爐之泵起



## 例子（二）

- 電子/微波/光學參量放大器/振蕩器  
(Electronic/microwave/optical parametric amplifier/oscillator)

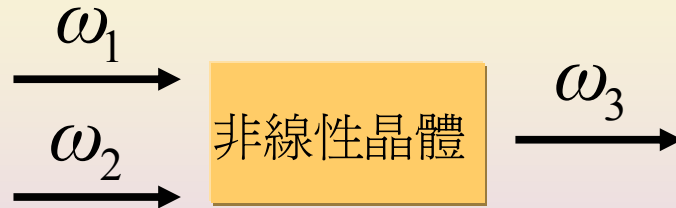


特殊情況：若  $\omega_1 = \omega_2$ ，則  $\omega_3 = 2\omega_1$

與鞦韆的泵起道理相同

## 例子 (二)

- 逆向 (Inverse) 情況：



$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$$

特殊情況：若  $\omega_1 = \omega_2$ ，則  $2\omega_1 = \omega_3$

二階諧波的產生

(Second Harmonic Generation (SHG))

## 例子 (三)

- 共振彈簧擺：  
(Resonant Spring Pendulum)

$$\omega_s = 2\omega_p$$

$$\omega_s^2 = \frac{k}{m}$$

$$\omega_p^2 = \frac{g}{L}$$

